สถิติไม่อิงพารามิเตอร์

Non-Parametric statistics

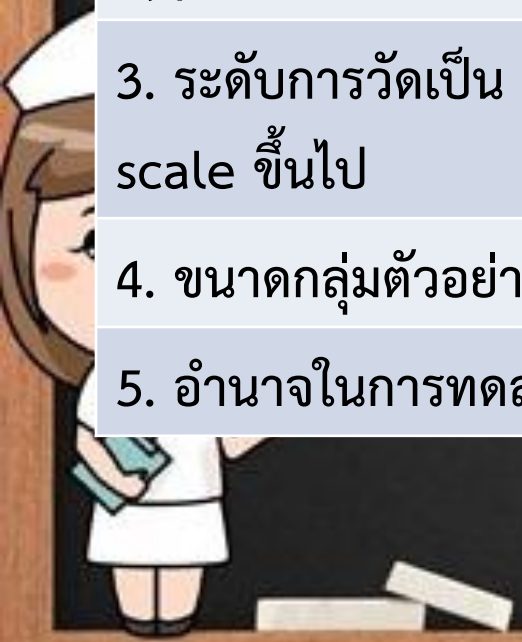
ร.ต.อ. อภิสิทธิ์ ตามสัตย์

อาจารย์ (สบ 2) กลุ่มงานอาจารย์

วิทยาลัยพยาบาลตำรวจ

2559

ทบทวนสถิติพารามิเตอร์และไม่อิงพารามิเตอร์



Parameter	Non-parameter
1. ต้องเป็น normal distribution	1. ไม่เป็น normal distribution
2. ใช้ parameter ในการตั้ง hypothesis	2. ใช้ชื่อความสัมพันธ์ในการตั้ง hypothesis
3. ระดับการวัดเป็น interval/ ratio scale ขึ้นไป	3. ระดับการวัดเป็น nominal/ ordinal scale ขึ้นไป
4. ขนาดกลุ่มตัวอย่าง $n \geq 30$, $np \geq 5$	4. $n \geq 6$
5. อำนาจในการทดสอบสูง ($1-\beta$: สูง)	5. อำนาจในการทดสอบต่ำ ($1-\beta$: ต่ำ)

(นพวรรณ เปียซื่อ, 2556)

ระดับการวัด

Nominal Scale	Ordinal Scale	Interval Scale	Ratio Scale
ได้แก่ เพศ, วัย, ระดับBMI, สถานภาพ, ศาสนา, รายได้, การศึกษา, แหล่งรายได้, โรคประจำตัว, ประวัติ...	มีการเรียงอันดับ ได้แก่ ทัศนคติ (เห็นด้วย, เฉยๆ, ไม่เห็นด้วย), รายได้ (มาก, ปานกลาง, น้อย), ลำดับการประกวด (ที่ 1, ที่ 2, ที่ 3, ...) ...	ไม่ใช่ศูนย์แท้ แสดงปริมาณมากน้อยที่บวกลบได้ แต่คูณหารไม่ได้ ได้แก่ คะแนน, BMI, ผล LAB, เกรด, Likert scale (เห็นด้วยอย่างยิ่ง = 5, ..., ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง = 1) ...	เป็นศูนย์แท้ หมายถึง ไม่มีค่าอะไรเลย สามารถเปรียบเทียบเชิงสัดส่วนได้ ได้แก่ อายุ, น้ำหนัก, ส่วนสูง, ความเร็ว, รายได้ที่เป็นมูลค่า, ...

เหตุผลในการเลือกใช้ Non-Parametric

1. กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก
2. ข้อมูลที่วัดอยู่ในระดับ nominal / ordinal scale
3. ข้อมูลที่มีอยู่ไม่มีการแจกแจงแบบปกติ
4. ละเมิดข้อตกลงเบื้องต้นของ parametric
5. คำถามวิจัยหรือวัตถุประสงค์การวิจัยไม่สามารถทดสอบได้ด้วยสถิติ parametric

การตรวจสอบการแจกแจงของข้อมูล

สามารถทำได้ 2 วิธี คือ

1. ตรวจสอบด้วยกราฟ เช่น Histogram, Boxplot, Stem and Leaf, และ Normal Probability Plot เป็นต้น
2. ตรวจสอบโดยการใช้สถิติทดสอบ เช่น Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk และ Lilliefor's test หรือแม้กระทั่งการทดสอบความแปรปรวนของประชากรในแต่ละกลุ่มด้วยวิธี Levene's test ก็สามารถทดสอบได้

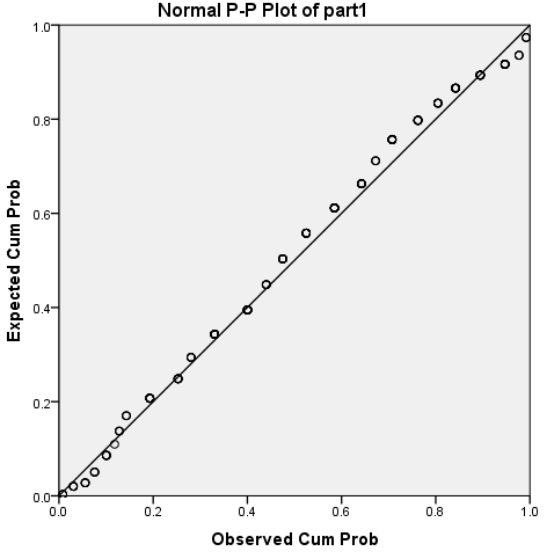
Kolmogorov-Smirnov

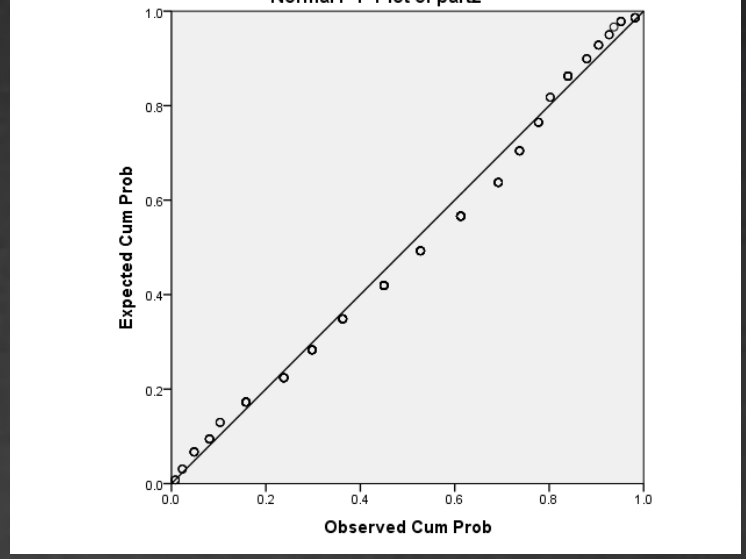
One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

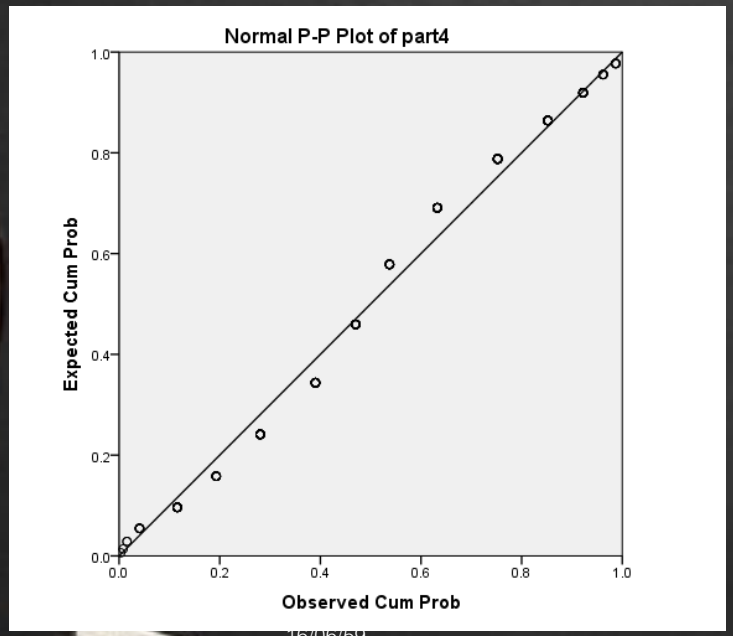
		part1	part2	part3	part4	total
N		200	200	200	200	200
Normal Parameters[a,b]	Mean	43.9400	44.1000	61.3700	33.3400	182.7500
	Std. Deviation	7.27606	5.40426	9.98658	3.33165	19.82657
Most Extreme Differences	Absolute	.077	.104	.088	.121	.080
	Positive	.053	.104	.049	.104	.043
	Negative	-.077	-.063	-.088	-.121	-.080
Kolmogorov-Smirnov Z		1.083	1.469	1.238	1.709	1.130
Asymp. Sig. (2-tailed)		.191	.027	.093	.006	.155

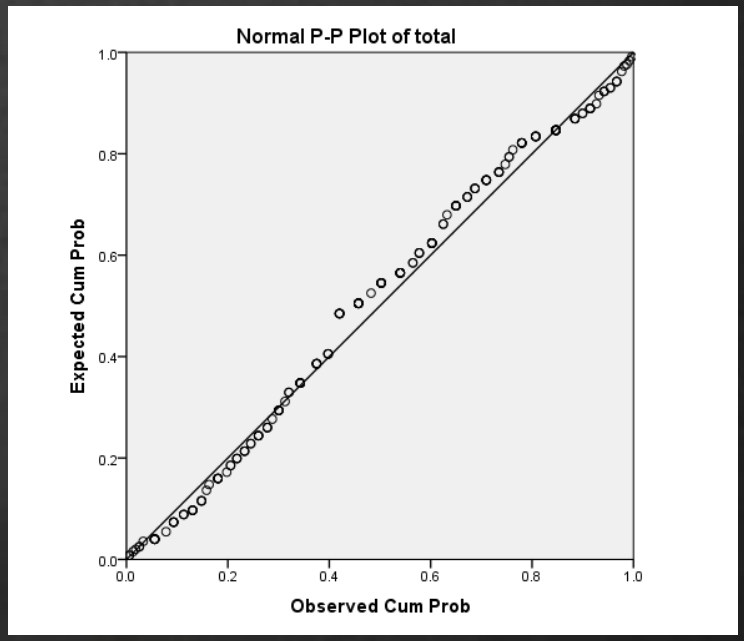
a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.


Normal P-P Plot of part1
Expected Cum Prob
Observed Cum Prob
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0


Normal P-P Plot of part2
Expected Cum Prob
Observed Cum Prob
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0


Normal P-P Plot of part4
Expected Cum Prob
Observed Cum Prob
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0


Normal P-P Plot of total
Expected Cum Prob
Observed Cum Prob
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0

ขั้นตอนในการทดสอบ***

1. ตั้งสมมติฐานทางสถิติให้ตรงกับจุดมุ่งหมายในการทดสอบ
2. กำหนดค่า α
3. เลือกสถิติ Non-Parametric ที่เหมาะสมตามสมมติฐานหรือคำถามวิจัยหรือวัตถุประสงค์การวิจัย
4. เปรียบเทียบค่าที่ได้กับค่าที่เปิดจากตาราง*
5. สรุปผลการทดสอบ

หากใช้โปรแกรมในคำนวณสามารถตัดข้อนี้ออกได้ โดยนำเสนอผลของตารางที่วิเคราะห์ได้ออกมาแทน

สถิติไม่อิงพารามิเตอร์

- การเปรียบเทียบข้อมูล 2 กลุ่ม
  - Mann-Whitney U Test
  - Wilcoxon Sign Rank Test
- การเปรียบเทียบข้อมูลตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป
  - Kruskal-Wallis Test
  - Friedman Test

การเปรียบเทียบข้อมูล 2 กลุ่ม

- Mann-Whitney U Test
- Wilcoxon Sign Rank Test

Mann-Whitney U Test

- ใช้ศึกษาเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคุณลักษณะของข้อมูลที่มีระดับ ordinal Scale ขึ้นไป
- ใช้เพื่อทดสอบว่า กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มนี้ได้มาจากกลุ่มประชากรเดียวกันหรือไม่ สถิติ
- ใช้แทน t-test ในกรณีที่ไม่ผ่านข้อตกลงเบื้องต้นบางประการ เช่น จะใช้ t-test ได้ ข้อมูลต้องอยู่ในระดับ Interval Scale ขึ้นไป

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มต้องได้จากการสุ่ม
2. กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ต้องเป็นอิสระกัน และไม่เกิดร่วมกัน
3. ข้อมูลต้องมีระดับการวัดมาตั้งแต่มาตราอันดับ (ordinal scale) ขึ้นไป
4. การแจกแจงของประชากรจะแตกต่างกัน เฉพาะพารามิเตอร์ที่เกี่ยวกับตำแหน่งเท่านั้น

1. ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ...ทั้งสองกลุ่มมีความถนัดทางการเรียน เท่าๆกัน

H_1 : ...ทั้งสองกลุ่มมีความถนัดทางการเรียน สูงกว่ากัน

2. ระดับนัยสำคัญ α

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

4. เปรียบเทียบค่า Sig. กับค่าสถิติในระดับนัยสำคัญที่กำหนด

5. สรุปผลที่ได้

วิธีการคำนวณขั้นแรก

- รวมจำนวนข้อมูลของทั้งสองกลุ่มให้เป็นกลุ่มเดียวกัน และให้ N คือ จำนวนข้อมูลทั้งสองกลุ่มรวมกัน
- จัดลำดับที่ หรือเรียงลำดับที่ของข้อมูลจากน้อยไปมากเป็นลำดับไป
- เขียนแยกกลุ่มกันเพื่อความสะดวกในการนับอันดับที่

ตัวอย่างการเรียงลำดับที่ของข้อมูล

ให้กลุ่ม A มีคะแนน 3 ตัว หรือ

$n_1 = 3$ คือ คะแนน 9, 11, 15

ให้กลุ่ม B มีคะแนน 4 ตัว หรือ

$n_2 = 4$ คือ คะแนน 6, 8, 10, 13

ผลของการเรียงลำดับที่จากน้อยไปมากดังนี้ คือ

6, 8, 9, 10, 11, 13, 15

ตัวอย่างการเรียงลำดับที่ของข้อมูล

อันดับที่	1	2	3	4	5	6	7
	6	8	9	10	11	13	15
	B	B	A	B	A	B	A

สูตร Mann-Whitney U Test

จำนวน $W_A + W_B = \frac{N(N+1)}{2}$ เมื่อ N คือจำนวนข้อมูลทั้งสองกลุ่มรวมกัน

- นำอันดับที่มาใส่ในแต่ละกลุ่ม

กลุ่ม	A	มีข้อมูลอันดับที่	3	5	7	
กลุ่ม	B	มีข้อมูลอันดับที่	1	2	4	6

- ให้ W_A คือผลรวมของอันดับที่ ในกลุ่ม A
  ดังนั้น $W_A = 3+5+7 = 15$
- ให้ W_B คือผลรวมของอันดับที่ ในกลุ่ม B
  ดังนั้น $W_B = 1+2+4+6 = 13$

กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก ($n < 10$)

- ให้ใช้ตาราง J เพื่อหาค่าสถิติที่ใช้เป็นเกณฑ์หรือหาค่าความน่าจะเป็นเพื่อใช้เปรียบเทียบกับค่า α ที่ใช้เป็นระดับความนัยสำคัญของการวิจัย
- ตาราง J ได้แบ่งแยกตามขนาดจำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม
- หรือถ้า m และ n เป็นขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ตารางจะระบุค่า m ตั้งแต่ 1 ถึง 10, n ตั้งแต่ 1 ถึง 100

- ค่าความน่าจะเป็นจากตาราง (*p*) ใช้เป็นตัวเลขใช้ทดสอบสมมุติฐานแบบทิศทางเดียวได้เลย
- กรณีที่เป็นการทดสอบสมมุติฐานสองทิศทาง ให้ใช้ 2*p* เป็นค่าความน่าจะเป็นไปเปรียบเทียบกับค่า α

เช่น

p = .02 เป็นการทดสอบทิศทางเดียว

2*p* = .04 เป็นการทดสอบสองทิศทาง

ตามตัวอย่างที่ได้กล่าวมาแล้ว มีค่าตัวเลขที่ต้องนำไปใช้ดังนี้ คือ

$m = 3, n = 4,$

$W_A = W_x = 15$

จากตาราง J เมื่อ $p\ (W_x \geq 15)$ จะให้ค่า $p = .0286$

*ถ้ากำหนด $\alpha = .05$

ค่า $p \leq \alpha$ ก็คัดค้าน H_0 (ทิศทางเดียว)

ค่า $2p \leq \alpha$ ก็คัดค้าน H_0 (สองทิศทาง)

- ในตาราง J มีสิ่งที่จะต้องทำความเข้าใจ คือ

  $p(W_X \le C_L)$ คือพื้นที่ใต้โค้งจากซ้ายมือสุด - ∞ ถึง C_L

  $p(W_X \le C_U)$ คือพื้นที่ใต้โค้งจากซ้ายมือสุด + ∞ ถึง C_U

- กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก ($n < 10$) จะใช้ค่า p ในการตอบ ได้ทันที

ตัวอย่าง ตาราง J

Entries are $P[W_s \le c_L]$ and $P[W_s \ge c_U]$. W_s is the rank-sum for the smaller group.

	$m = 3$																	
c_L	$n = 3$	c_U	$n = 4$	c_U	$n = 5$	c_U	$n = 6$	c_U	$n = 7$	c_U	$n = 8$	c_U	$n = 9$	c_U	$n = 10$	c_U	$n = 11$	c_U	$n = 12$	c_U
6	.0500	15	.0286	18	.0179	21	.0119	24	.0083	27	.0061	30	.0045	33	.0035	36	.0027	39	.0022	42
7	.1000	14	.0571	17	.0357	20	.0238	23	.0167	26	.0121	29	.0091	32	.0070	35	.0055	38	.0044	41
8	.2000	13	.1143	16	.0714	19	.0476	22	.0333	25	.0242	28	.0182	31	.0140	34	.0110	37	.0088	40
9	.3500	12	.2000	15	.1250	18	.0833	21	.0583	24	.0424	27	.0318	30	.0245	33	.0192	36	.0154	39
10	.5000	11	.3143	14	.1964	17	.1310	20	.0917	23	.0667	26	.0500	29	.0385	32	.0302	35	.0242	38
11	.6500	10	.4286	13	.2857	16	.1905	19	.1333	22	.0970	25	.0727	28	.0559	31	.0440	34	.0352	37
12	.8000	9	.5714	12	.3929	15	.2738	18	.1917	21	.1394	24	.1045	27	.0804	30	.0632	33	.0505	36
13	.9000	8	.6857	11	.5000	14	.3571	17	.2583	20	.1879	23	.1409	26	.1084	29	.0852	32	.0681	35
14	.9500	7	.8000	10	.6071	13	.4524	16	.3333	19	.2485	22	.1864	25	.1434	28	.1126	31	.0901	34
15	1.0000	6	.8857	9	.7143	12	.5476	15	.4167	18	.3152	21	.2409	24	.1853	27	.1456	30	.1165	33
16			.9429	8	.8036	11	.6429	14	.5000	17	.3879	20	.3000	23	.2343	26	.1841	29	.1473	32
17			.9714	7	.8750	10	.7262	13	.5833	16	.4606	19	.3636	22	.2867	25	.2280	28	.1824	31

อ้างใน สุวิมล ติรกานันท์. (2553). *สถิตินันพาราเมตริก (Nonparametric statistics).* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กลุ่มตัวอย่างใหญ่ ($n > 10$)

- เมื่อ m > 10 หรือ n > 10 ค่าความน่าจะเป็นในตาราง J จะไม่มี
- ให้ใช้วิธีคิดอย่างอื่นแทน

- วิธีคิดในกรณีกลุ่มตัวอย่างใหญ่ ($n > 10$) ให้ใช้ค่า Z ไปหาค่า p ในตารางมาตอบ

$$\text{Mean} = \mu_{WX} = \frac{m(N+1)}{2}$$

$$\text{Variance} = \sigma_{WX}^{2} = \frac{mn(N+1)}{12}$$

ค่า Z จะได้จากสูตร $Z = \frac{W_X + .5 - \mu_{WX}}{\sigma_{WX}}$

Z จะมีการกระจายเป็นโค้งปกติ เมื่อมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

กรณีที่ลำดับที่ ซ้ำๆกัน

- กรณีที่ลำดับที่ซ้ำๆกัน อาจมีผลทำให้ค่า Z ที่คำนวณได้เปลี่ยนค่าไปเล็กน้อย ทั้งเนื่องมาจากค่าความแปรปรวนอาจเปลี่ยนแปลงนั่นเอง ถ้าผู้วิจัยต้องการปรับค่าความแปรปรวนใหม่ ใช้สูตรดังนี้

$$\sigma^2_{WX} = \frac{mn}{N(N-1)}\left(\frac{N^3-N}{12} - \sum_{j=1}^{g}\frac{t^3-t_j}{12}\right)$$

เมื่อ $N = m+n$, g คือจำนวนกลุ่มของลำดับที่ที่เป็นกลุ่มซ้ำกัน

t_j คือจำนวนลำดับที่ในกลุ่มที่ j

- ค่า Z ที่ปรับใหม่จะให้ค่า p น้อยกว่าเดิม และการสรุปผลไม่เปลี่ยนแปลง

การใช้ SPSS ในการคำนวณ

Mann-Whitney U Test

1. Analyze → Nonparametric Tests → 2 Independent Samples
2. เลือกตัวแปรตามที่ต้องการทดสอบเข้าไปในช่อง Test Variable List และเลือกตัวแปรอิสระ (ตัวแปรแบ่งกลุ่ม) เข้าไปในช่อง Grouping Variable
3. Click Define Group เพื่อกำหนดค่าของแต่ละกลุ่ม ในที่นี้กำหนดโดยใช้ตัวเลข 1 และ 2

4. Click Continue จะกลับไปหน้าจอเดิม ในส่วนของ Test Type ให้เลือก... เป็นค่าตั้งต้นของโปรแกรม จากนั้น Click Option เพื่อขอผลการวิเคราะห์ที่เป็นค่าสถิติพื้นฐาน (Descriptive)
5. Click Continue และ OK จะได้ผลการวิเคราะห์
6. ผลการวิเคราะห์นี้จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนกลุ่มตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม เป็น ผลรวมอันดับ (Sum of Ranks) และค่าเฉลี่ยอันดับ (Mean Rank) ของแต่ละกลุ่ม

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
score	17	34.4706	8.58864	19.00	48.00
group	17	1.4706	.51450	1.00	2.00

Mann-Whitney Test

Ranks

	group	N	Mean Rank	Sum of Ranks
score	ชาย	9	8.83	79.50
	หญิง	8	9.19	73.50
	Total	17		

Test Statistics[a]

	score
Mann-Whitney U	34.500
Wilcoxon W	79.500
Z	-.145
Asymp. Sig. (2-tailed)	.885
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.888[b]

a. Grouping Variable: group

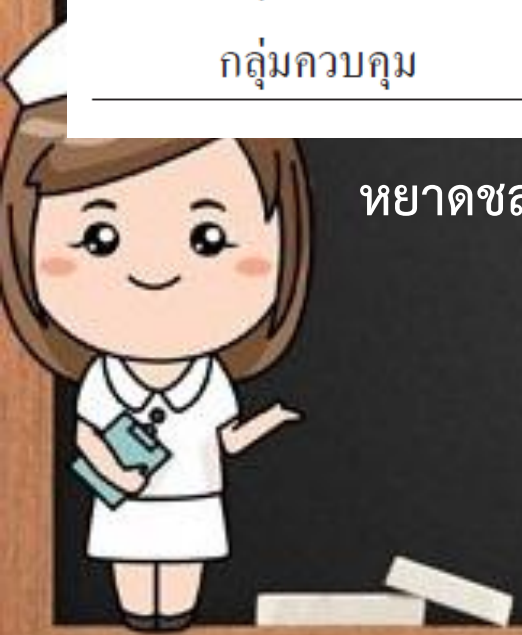
b. Not corrected for ties.

ในกรณีที่ผู้วิจัยตั้งสมมุติฐาน
แบบมีทิศทางหรือทางเดียว
ค่า Asymp.Sig. จะต้องหารด้วย 2
ดังนั้น ค่า Sig. ที่จะใช้เปรียบเทียบกับ
ระดับนัยสำคัญจะมีค่าเท่ากับ .885/2=.442

ตัวอย่าง Mann-Whitney U Test

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบคะแนนภาวะซึมเศร้าระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม หลังการทดลอง

การเปรียบเทียบระหว่างกลุ่ม	Mean	n	p-value
ระยะหลังการทดลอง			
กลุ่มทดลอง	5.50	10	.000
กลุ่มควบคุม	15.50	10	



หยาดชล ทวีธนาวณิชย์. (2557). ผลของโปรแกรมพฤติกรรมบำบัดแบบพิจารณาเหตุผลและอารมณ์ต่อภาวะซึมเศร้าของคนพิการ. *วารสารการพยาบาลจิตเวชและสุขภาพจิต, 28*(3), 26-36.

ตัวอย่าง Mann-Whitney U Test

ตารางที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างเพศกับพฤติกรรมการป้องกันวัณโรคปอดของประชาชน

ตัวแปร	ผู้ชาย (n= 170)		ผู้หญิง (n= 299)		p
	$\bar{x}$	SD	$\bar{x}$	SD	
พฤติกรรมการป้องกันวัณโรคปอด	67.91	9.57	70.58	7.96	0.022**

**Mann–Whitney test

นงนุช เสือพูมี. (2556). ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยส่วนบุคคล ความรู้กับพฤติกรรมการป้องกันวัณโรคปอดของประชาชน ตำบลสวนกล้วย อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี. *วารสารพยาบาลกระทรวงสาธารณสุข, 23*(2), 79-93.

Wilcoxon Sign Rank Test

- ใช้ทดสอบเครื่องหมาย
- ใช้ทดสอบสมมติฐาน เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร ที่มีเหตุผลบางอย่างที่ไม่สามารถใช้การทดสอบ Z-test หรือ T-test ได้ เช่น กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก คือ $n < 30$ หรือประชากรที่มีการแจกแจงแบบไม่ปกติ จึงต้องมองหาสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่เหมาะสม

- Wilcoxon Sign Rank Test สามารถบอกได้ทั้งขนาดและเครื่องหมายของความแตกต่าง
- เพราะเป็นการนับจำนวนเครื่องหมายบวก(+) หรือ (-) และจะทำให้ได้ค่าความน่าจะเป็นตามทฤษฎีบททวินาม (binomial theorem) ค่าความน่าจะเป็นที่ได้จากข้อมูลเราสามารถนำไปเปรียบเทียบกับค่าระดับความมีนัยสำคัญของการทดสอบ

- มักใช้กับข้อมูลที่ไม่เป็นช่วงคะแนน แต่เป็นเพียงระดับ หรือ ordinal scale ซึ่งนักวิจัยสามารถกำหนดทิศทางของแต่ละพฤติกรรมว่าเป็นบวกหรือลบได้ และภายหลังจากการเปรียบเทียบพฤติกรรม 2 คุณลักษณะในแต่ละคู่ลำดับ

Wilcoxon Sign Rank Test

สรุป

- ใช้เปรียบเทียบข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระจากกัน

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ผลต่างของข้อมูลแต่ละคู่ (D_i) เป็นอิสระจากกัน
2. ลักษณะการแจกแจงผลต่าง (D_i) เป็นแบบต่อเนื่องและสมมาตร
3. มีระดับการวัดตั้งแต่ระดับมาตรอันดับ (ordinal scale) ขึ้นไป

1. ตั้งสมมติฐาน

   H_0 : คะแนนเฉลี่ยของ...ทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน

   H_1 : คะแนนเฉลี่ยของ...ทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกัน

2. ระดับนัยสำคัญ α

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

4. เปรียบเทียบค่า Sig. กับค่าสถิติในระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้

5. สรุปผลที่ได้

1. พิจารณาข้อมูลและตั้งสมมติฐานให้สอดคล้องกับข้อสงสัยที่ต้องการทดสอบ

- กรณีทดสอบ 2 ทาง

$H_0 : M = M_o$, $H_1 : M \neq M_o$

- กรณีทดสอบทางเดียว

$H_0 : M \leq M_o$	$H_0 : M \geq M_o$
$H_1 : M > M_o$	$H_1 : M < M_o$

M = ค่ามัธยฐานของประชากรของตัวอย่าง

M_o = ค่ามัธยฐานที่คาดว่าจะเป็น

2. คำนวณค่าสถิติ

2.1 สร้างตารางคำนวณ T ด้วยวิธีต่อไปนี้

- หาค่าแตกต่าง (Di) ระหว่างค่าของข้อมูล (Xi) กับค่ามัธยฐานที่คาดว่าจะเป็น(Mo)

$$Di = Xi - Mo \quad i = 1,2,3,...,n$$

- ให้ลำดับที่ของค่าสัมบูรณ์ของค่าของความแตกต่างโดยเรียงจากน้อยไปหามาก

Note ถ้า Di = 0 ไม่ต้องกำหนดลำดับที่ และถ้าเท่ากันหลายค่า ลำดับที่ของ Di จะเป็นค่าเฉลี่ย ลำดับที่ของ นั้น ๆ เท่ากันทุกค่า

- ใส่เครื่องหมายให้แก่ลำดับที่ของตามเครื่องหมาย ของ Di เดิม

- หาผลบวกของลำดับที่ ที่มีเครื่องหมายเหมือนกัน คือ ส่วนที่มีเครื่องหมายเป็นบวกผลรวม

กรณีที่มีตำแหน่งซ้ำ ๆ กัน

- ในกรณีที่คู่ลำดับใดมีค่าซ้ำกันก็จะให้ค่าตำแหน่งซ้ำกันด้วย หรือ Xi – Yi = 0 กรณีนี้ให้ยกคู่ลำดับนี้ออกไปจากการวิจัย จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่างก็จะลดลงตามไปด้วย
- กรณีที่มีคู่ลำดับ (Xi , Yi) มากกว่าหนึ่งคู่ที่ให้ค่า di เท่าๆกัน แสดงว่าลำดับที่ที่ต้องกำหนดนั้นต้องการเฉลี่ยกัน เช่น

$d_1 = -1 , d_2 = -1 , d_3 = +1$

หาค่าเฉลี่ยของอับดับที่ได้ $= \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2$

นั่นก็คือ คะแนน d_1, d_2, d_3 ต่างมีค่าลำดับที่เท่ากันหมดคือ 2

- กำหนด

  $T^{+} = \sum di$ (di คือเครื่องหมาย +)

  $T^{-} = \sum di$ (di คือเครื่องหมาย -)

- ผลรวมของตำแหน่งคือ $2n(n+1)$ เมื่อ n คือจำนวนกลุ่มตัวอย่าง
- ดังนั้น $T- = \frac{n(n+1)}{2} - T$

2.2 กำหนดค่าสถิติทดสอบที่จะใช้เปรียบเทียบกับค่าจากตาราง

- กรณีทดสอบ 2 ทาง สถิติที่ใช้ทดสอบคือ $T = \min(T^+, T^-)$ คือเลือกค่าที่ต่ำที่ ระหว่าง T^+ กับ T^- โดยไม่สนใจเครื่องหมาย

กรณีทดสอบทางเดียว

$H_o : M \leq M_o$ $H_1 : M > M_o$ ใช้ T^- เป็นตัวทดสอบ

$H_o : M \geq M_o$ $H_1 : M < M_o$ ใช้ T^+ เป็นตัวทดสอบ

3. เปิดตาราง $T_{(n,\alpha/2)}$ ในกรณีที่ทดสอบ 2 ทาง และเปิดตารางที่ $T_{(n,\alpha)}$ ในกรณีที่ทดสอบทางเดียวโดยที่ n

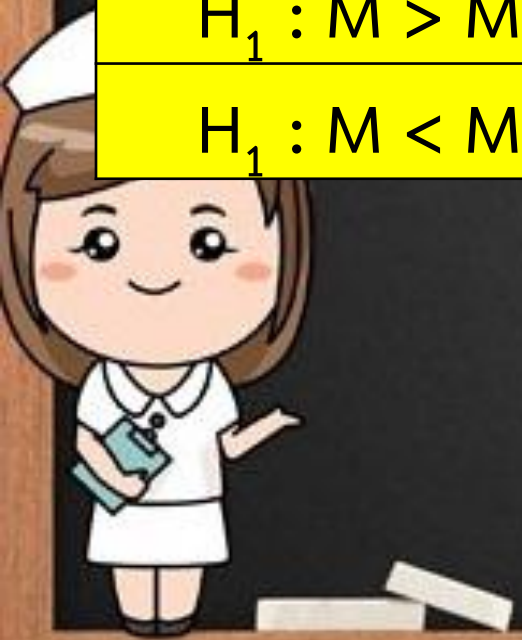
คือ จำนวน Di

(ดูว่ามีกี่ตัวโดยไม่นับตัวที่ Di = 0)

α คือ ระดับนัยสำคัญ

4. เปรียบเทียบค่าในขั้นที่ 2 กับ 3 เพื่อพิจารณาว่าจะปฏิเสธ Ho หรือไม่ โดยมีหลักการดังนี้

สมมติฐาน H_1	ตัวสถิติสำหรับทดสอบ(T)	เขตปฏิเสธ Ho
$H_1 : M \neq Mo$	$\min (T^+, T^-)$	$T \leq T_{(n,\alpha/2)}$
$H_1 : M > Mo$	T^-	$T^- \leq T_{(n,\alpha)}$
$H_1 : M < Mo$	T^+	$T^+ \leq T_{(n,\alpha)}$



การแปรผลกรณีกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก

- n ≤ 15 ให้ใช้ตาราง H หาค่าความน่าจะเป็นเพื่อใช้ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัย การคำนวณให้หาค่า T^+ เพื่อทดสอบ H_0 : ไม่มีค่าความแตกต่างระหว่างคะแนนชุด X_i , และชุด Y_i

  ถ้าค่า T^+ จากการคำนวณมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ T^+ จากตาราง H แสดงว่า ค่าความน่าจะเป็นที่หาได้p จะมีค่าน้อยกว่าระดับความมีนัยสำคัญของการทดสอบ α ซึ่งก็คือ p ≤ α ซึ่งก็ปฏิเสธ H_0

กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่

- n > 15 ตาราง H ไม่สามารถใช้หาค่าความน่าจะเป็นได้ เนื่องจากจำนวนกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่จึงยอมรับว่า การแจกแจงของ T^{+} จะมีการกระจายเป็นโค้งปกติซึ่งมี

$$\text{Mean} = \mu_{T+} = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$\text{Variance} = \sigma^{2}_{T+} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

สูตร $Z = \dfrac{T^{+} - \mu_{T^{+}}}{\sigma_{T^{+}}}$ ดังนั้นเมื่อเราได้ Z เราก็สามารถหาค่าความน่าจะเป็นจากตาราง A เพื่อทดสอบสมมติฐานการวิจัยโดยการเปรียบเทียบกับค่า α

กรณีที่มีตำแหน่ง di ซ้ำๆ กัน

- กรณีที่ตำแหน่ง diมีค่าซ้ำกันๆ เราอาจใช้สูตรปรับปรุงค่า σ^2 ดังนี้

$$\sigma^2_{T^+} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m} t_j(t_j-1)(t_j+1)$$

เมื่อ m คือ จำนวนกลุ่มของตำแหน่งซ้ำๆ กัน

t_j คือ จำนวนตำแหน่งซ้ำในกลุ่มที่ j

กรณีสุ่มตัวอย่างแบบจับคู่

The Wilcoxon Singed Test for The Matched Paired Difference

- สมมติว่ามีกลุ่มตัวอย่างขนาด n จำนวน ได้รับการวัดผลด้วยเครื่องมือชุด X_i และชุด Y_i

  ดังนั้น คะแนนมีคู่ลำดับ n คู่ ได้แก่ (X_i , Y_i)

เมื่อ $i = 1, 2, 3,..., n$

ให้ $d_i = X_i - Y_i$

The Wilcoxon Singed Test for The Matched Paired Difference

1. เมื่อพิจารณาข้อมูลและกำหนดค่า n (n คือจำนวนคู่ของข้อมูล) โดย ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกต n คู่ $(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),...,(X_n',Y_n')$ ของตัวแปรเชิงสุ่ม 2 ตัว $(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),...,(X_n',Y_n')$ แล้วจึงตั้งสมมติฐาน

กรณีทดสอบ 2 ทาง

$H_o : M_1 = M_2$ ลักษณะประชากรทั้ง 2 ไม่แตกต่างกัน

$H_1 : M_1 \neq M_2$ ลักษณะประชากรทั้ง 2 แตกต่างกัน

กรณีทดสอบทางเดียว

$H_o : M_1 = M_2$, $H_1 : M_1 > M_2$ หรือ $M_1 < M_2$

2. คำนวณค่าสถิติ

2.1 คำนวณค่า T โดยการสร้างตาราง

- หาค่า Di = $Y_i - X_i$
- หาค่าสัมบูรณ์ของ Di ($|D_i|$)
- ให้ลำดับที่กับ $|D_i|$ ตามหลักการให้ลำดับที่ของ Wilcoxon
- ให้เครื่องหมายบวกลบกับลำดับที่ตามเครื่องหมายของ Di เดิม
- หาผลรวมของลำดับที่ที่เป็นบวก (แทนด้วย T^+)
- หาผลรวมของลำดับที่ที่เป็นลบ(แทนด้วย T^-)

2.2 เลือกค่า T ที่จะนำมาทดสอบโดยการพิจารณาสมมติฐานแย้ง (H_1)

- ถ้า $H_1 : M_1 \neq M_2$ เลือกค่า หรือที่มีค่าต่ำกว่าโดยไม่สนใจเครื่องหมาย

$T = Min (T^+ , T^-)$

- ถ้า $H_1 : M_1 > M_2$ เลือก T^-

- ถ้า $H_1 : M_1 < M_2$ เลือก T^+

3. เปิดตารางค่า T_L

กรณี $H_1 : M_1 \neq M_2$ ใช้ค่า $T_{L\ (\alpha/2,\ n)}$

กรณี $H_1 : M_1 > M_2$

หรือ $M_1 < M_2$ ให้ใช้ค่า $T_{L(\alpha\ ,n)}$

4. หาเขตปฏิเสธและสรุปผล

สมมติฐาน H_1	ตัวสถิติสำหรับทดสอบ(T)	เขตปฏิเสธ Ho
$H_1 : M_1 \neq M_2$	min (T^+, T^-)	$T \leq T_L$
$H_1 : M_1 > M_2$	T^-	$T^- \leq T_L$
$H_1 : M_1 < M_2$	T^+	$T^+ \leq T_L$

การใช้ SPSS ในการคำนวณ

Wilcoxon Sign Rank Test

1. Analyze → Nonparametric Tests → 2 Related Samples
2. เลือกตัวแปรที่เราจะทดสอบเป็นคู่ใน Current Selections
3. คลิกตัวแปรคู่นั้นมาใส่ในบล็อกของ Test Pair(s) List
4. คลิกปุ่ม Options.. แล้วเลือก Descriptive แล้วคลิกปุ่ม Continue
5. Test type เลือก Wilcoxon แล้วคลิกปุ่ม OK จะได้ผลการวิเคราะห์

Wi

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
PREFOF	33	39.5939	27.14035	10.00	100.00
WALKFOF	33	16.1242	12.28851	10.00	56.10

Wilcoxon Signed Ranks Test

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
WALKFOF - PREFOF	Negative Ranks	24[a]	14.46	347.00
	Positive Ranks	2[b]	2.00	4.00
	Ties	7[c]		
	Total	33		

a. WALKFOF < PREFOF

b. WALKFOF > PREFOF

c. WALKFOF = PREFOF

Test Statistics[a]

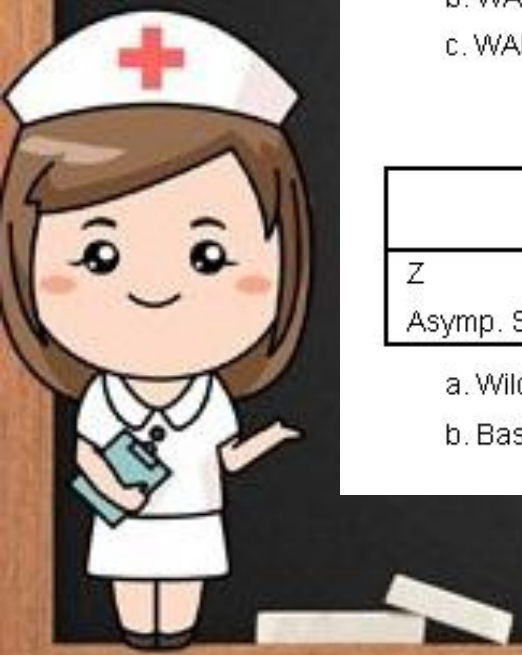
	WALKFOF - PREFOF
Z	-4.356[b]
Asymp. Sig. (2-tailed)	.000

a. Wilcoxon Signed Ranks Test

b. Based on positive ranks.

ค่าของ Wilcoxon

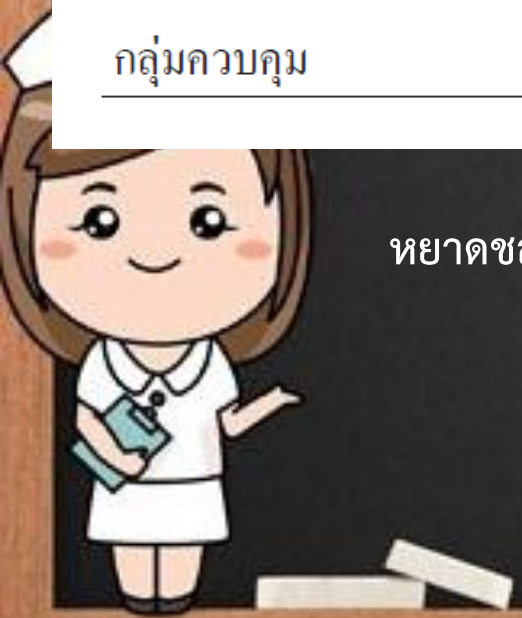
ค่า *p* ที่จะนำไปรายงาน



ตัวอย่าง Wilcoxon Sign Rank Test

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบคะแนนภาวะซึมเศร้าของกลุ่มตัวอย่างระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	ค่าเฉลี่ยคะแนนภาวะซึมเศร้า				p - value
	ก่อนการทดลอง		หลังการทดลอง		
	Mean	SD	Mean	SD	
กลุ่มทดลอง	16.70	1.77	5.50	3.06	.002
กลุ่มควบคุม	16.60	2.17	17.00	2.54	.219



หยาดชล ทวีธนาวณิชย์. (2557). ผลของโปรแกรมพฤติกรรมบำบัดแบบพิจารณาเหตุผลและอารมณ์ต่อภาวะซึมเศร้าของคนพิการ. *วารสารการพยาบาลจิตเวชและสุขภาพจิต, 28*(3), 26-36.

การเปรียบเทียบข้อมูล ตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป

- Kruskal Wallis Test
- Friedman Test

Kruskal Wallis Test

- เป็นการทดสอบสมมติฐานว่าข้อมูล k กลุ่ม (k>2) มีค่าเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ หรือต้องการทดสอบว่ากลุ่มตัวอย่าง k กลุ่มมาจากประชากรที่เหมือนกันหรือไม่
- โดยข้อมูล k กลุ่มนั้นเป็นอิสระต่อกัน
- การทดสอบนี้คล้ายกับ แมนวิทนี่
- แต่การทดสอบความแตกต่างของข้อมูลที่เป็นอิสระต่อกันต่างกันที่ การทดสอบนี้มีจำนวนกลุ่มที่มากกว่าสองกลุ่ม จึงเป็นการขยายจึงสามารถเทียบเคียงได้กับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One-Way ANOVA)

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ต้องมีกลุ่มตัวอย่างอย่างน้อย 3 กลุ่ม โดยที่กลุ่มตัวอย่างต้องมาจากการสุ่มและเป็นอิสระต่อกัน
2. ค่าสังเกตในแต่ละกลุ่มตัวอย่างจะต้องมีอย่างน้อย 5 ค่าสังเกตขึ้นไป
3. ข้อมูลอยู่ในระดับมาตรอันดับ (ordinal scale) ขึ้นไป
4. ประชากรมีลักษณะการแจกแจงแบบต่อเนื่อง

1. ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ข้อมูล k กลุ่มนั้น มีค่าเฉลี่ย หรือมีการแจกแจงไม่แตกต่างกัน

H_1 : ข้อมูล K กลุ่มนั้น มีค่าเฉลี่ย หรือมีการแจกแจงแตกต่างกัน

2. ระดับนัยสำคัญ α

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

4. เปรียบเทียบค่า Sig. กับค่าสถิติในระดับนัยสำคัญ

5. สรุปผลที่ได้

สูตร Kruskal Wallis Test

$$H = \frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

การแจกแจงของ H มีการแจกแจงเป็นแบบไค-สแควร์ด้วยค่า $df = k-1$

เมื่อ k แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

n_i แทน จำนวนข้อมูลในชุดที่ i

N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด $(\sum_{i=1}^{k} n_i)$

R_i แทน ผลรวมของลำดับที่ในกลุ่มชุดที่ i

สูตร Kruskal Wallis Test

ในกรณีที่หน่วยตัวอย่างหรือข้อมูลที่สุ่มมามีตำแหน่งที่อยู่ในลำดับเดียวกัน

จึงต้องเฉลี่ยอันดับ การหาค่า H หาได้จากสูตร

$$H_c = \frac{\frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)}{1-\frac{\sum(t^3-t)}{N^3-N}} \quad \text{หรือ} \quad H_c = \frac{H}{1-\frac{\sum(t^3-t)}{N^3-N}}$$

เมื่อ t แทน จำนวนหน่วยตัวอย่างที่เท่ากัน เมื่อรวบรวมข้อมูลทั้งหมดเข้าด้วยกัน

เกณฑ์ในการตัดสินค่าที่ได้จากการคำนวณใน Kruskal Wallis Test

1. กรณีที่ k = 3 (กลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม) และ $n_j \leq 5$ ให้อ่านค่า KW จากตาราง Critical values Kruskal-Wallis แต่ถ้าค่า KW ที่คำนวณได้มากกว่า KW จากตาราง จะปฏิเสธ H_0 ซึ่งหมายความว่า ประชากร 3 กลุ่มนั้นมีค่าเฉลี่ยหรือมีการแจกแจงแตกต่างกัน

Critical values for the Kruskal-Wallis one-way analysis of variance by ranks statistic, *KW*

Sample sizes			α				
n_1	n_2	n_3	.10	.05	.01	.005	.001
2	2	2	4.25				
3	2	1	4.29				
3	2	2	4.71	4.71			
3	3	1	4.57	5.14			
3	3	2	4.56	5.36			
3	3	3	4.62	5.60	7.20	7.20	
4	2	1	4.50				
4	2	2	4.46	5.33			
4	3	1	4.06	5.21			
4	3	2	4.51	5.44	6.44	7.00	
4	3	3	4.71	5.73	6.75	7.32	8.02
4	4	1	4.17	4.97	6.67		
4	4	2	4.55	5.45	7.04	7.28	
4	4	3	4.55	5.60	7.14	7.59	8.32
4	4	4	4.65	5.69	7.66	8.00	8.65
5	2	1	4.20	5.00			

อ้างใน สุวิมล ติรกานันท์. (2553). *สถิตินันพาราเมตริก (Nonparametric statistics).* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

2. กรณีที่ $k \geq 3$ และ $n_j > 5$ ค่า KW จะมีการแจกแจงคล้าย Chi-Square(χ^2) ที่ df = k-1 ถ้าค่า χ^2 ที่คำนวณได้ มากกว่าค่า χ^2 จากตาราง Critical values of the Chi-Square distribution จะปฏิเสธ H_0 ซึ่งหมายความว่า ประชากร k กลุ่มนั้นมีค่าเฉลี่ยหรือมีการแจกแจงแตกต่างกัน

Critical values of the chi-square distribution*

df	Probability under H_0 that $\chi^2 \geq X^2$												
	.99	.98	.95	.90	.80	.70	.50	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	.00016	.00063	.0039	.016	.064	.15	.46	1.07	1.64	2.71	3.84	5.41	6.64	10.83
2	.02	.04	.10	.21	.45	.71	1.39	2.41	3.22	4.60	5.99	7.82	9.21	13.82
3	.12	.18	.35	.58	1.00	1.42	2.37	3.66	4.64	6.25	7.82	9.84	11.34	16.27
4	.30	.43	.71	1.06	1.65	2.20	3.36	4.88	5.99	7.78	9.49	11.67	13.28	18.46
5	.55	.75	1.14	1.61	2.34	3.00	4.35	6.06	7.29	9.24	11.07	13.39	15.09	20.52
6	.87	1.13	1.64	2.20	3.07	3.83	5.35	7.23	8.56	10.64	12.59	15.03	16.81	22.46
7	1.24	1.56	2.17	2.83	3.82	4.67	6.35	8.38	9.80	12.02	14.07	16.62	18.48	24.32
8	1.65	2.03	2.73	3.49	4.59	5.53	7.34	9.52	11.03	13.36	15.51	18.17	20.09	26.12
9	2.09	2.53	3.32	4.17	5.38	6.39	8.34	10.66	12.24	14.68	16.92	19.68	21.67	27.88
10	2.56	3.06	3.94	4.86	6.18	7.27	9.34	11.78	13.44	15.99	18.31	21.16	23.21	29.59
11	3.05	3.61	4.58	5.58	6.99	8.15	10.34	12.90	14.63	17.28	19.68	22.62	24.72	31.26
12	3.57	4.18	5.23	6.30	7.81	9.03	11.34	14.01	15.81	18.55	21.03	24.05	26.22	32.91
13	4.11	4.76	5.89	7.04	8.63	9.93	12.34	15.12	16.98	19.81	22.36	25.47	27.69	34.53

อ้างใน สุวิมล ติรกานันท์. (2553). *สถิตินันพาราเมตริก (Nonparametric statistics).* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

การใช้ SPSS ในการคำนวณ Kruskal Wallis Test

1. เลือกเมนูคำสั่ง Analyze → Nonprametric Tests
   → K Independent Samples
2. ใน Tests for Several Independence Samples:
   ตัวแปรที่สนใจ ใส่ไว้ที่ช่อง Test Variable List
   ตัวแปรแบ่งกลุ่ม ใส่ไว้ที่ Grouping Variable
3. Grouping Variable ระบุค่าสูงสุดต่ำสุดที่ Define Groups
4. เลือกสถิติที่ทดสอบคือ Kruskal-Wallis H
5. กำหนดการคำนวณค่าสถิติโดย click ที่ Options
6. คลิกปุ่ม OK

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
score	27	41.5556	13.13344	19.00	71.00
group	27	1.8519	.81824	1.00	3.00

Kruskal-Wallis Test

Ranks

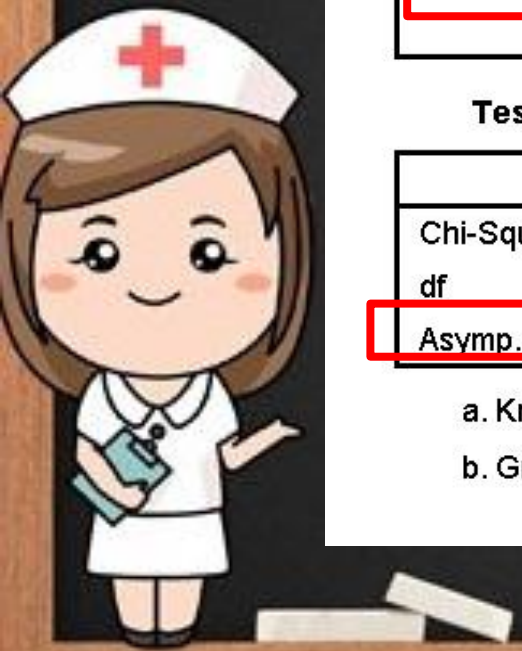
	group	N	Mean Rank
score	กลุ่ม 1	11	14.41
	กลุ่ม 2	9	14.17
	กลุ่ม 3	7	13.14
	Total	27	

Test Statistics[a,b]

	score
Chi-Square	.115
df	2
Asymp. Sig.	.944

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: group



ตัวอย่าง Kruskal Wallis Test

ตารางที่ 6 การเปรียบเทียบพฤติกรรมการป้องกันวัณโรคปอดของประชาชนจำแนกตามวุฒิการศึกษา สถานภาพสมรส และอาชีพ

ตัวแปร	พฤติกรรมการป้องกันวัณโรคปอดของประชาชน		
	จำนวน (n = 399)	ร้อยละ	p
วุฒิการศึกษา			
ไม่ได้เรียน	9	2.3	< 0.002**
ประถมศึกษา	146	36.6	
มัธยมศึกษา	182	45.6	
อนุปริญญา/ ปริญญาตรี	62	15.5	

นงนุช เสือพูมี. (2556). ความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยส่วนบุคคล ความรู้กับพฤติกรรมการป้องกันวัณโรคปอดของประชาชน ตำบลสวนกล้วย อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี. *วารสารพยาบาลกระทรวงสาธารณสุข, 23*(2), 79-93.

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ตัวแปร	พฤติกรรมการป้องกันวัณโรคปอดของประชาชน		
	จำนวน (n = 399)	ร้อยละ	p
สถานภาพสมรส			
โสด	128	32.1	< 0.05**
คู่	231	57.9	
หม้าย/หย่า/แยกกันอยู่	40	10.0	
อาชีพ			
รับราชการ/รัฐวิสาหกิจ	53	13.3	< 0.002**
นักเรียน/นักศึกษา	38	9.5	
เกษตรกร	51	12.8	
ค้าขาย	97	24.3	
รับจ้าง	79	19.8	
ไม่ได้ประกอบอาชีพ	81	20.3	

**Kruskal–wallis Test

Friedman Test

- ทดสอบสมมติฐานว่าข้อมูล k กลุ่ม (k > 2) มีค่าเฉลี่ย (หรือค่ามัธยฐาน) แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่
- ข้อมูล k กลุ่มนั้น ต้องไม่เป็นอิสระต่อกัน
- คล้ายกับของ Wilcoxon ที่ทดสอบความแตกต่างของข้อมูลที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน
- ต่างกับ Wilcoxon ตรงที่ ใช้ทดสอบกรณีที่มีข้อมูลมากกว่าสองกลุ่ม หรือขยายการทดสอบของ Wilcoxon โดยการทดสอบนี้เทียบเคียงได้กับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนก 2 ทาง (Two-Way ANOVA)

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. กลุ่มตัวอย่างมาจากการสุ่ม หรือเป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กัน โดยต้องมีการสุ่ม treatment หรือลักษณะประชากรให้กับแต่ละบล็อก (block) อย่างสุ่ม
2. จำนวนบล็อกหรือจำนวน treatment จะต้องมีอย่างน้อย 3 บล็อก หรือ 3 treatments ขึ้นไป
3. ข้อมูลอยู่ในระดับมาตรอันดับ (ordinal scale) ขึ้นไป

1. ตั้งสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ

   H_0 : วิธีการทดลอง k แบบนั้น ให้ผลไม่แตกต่างกัน

   H_1 : วิธีการทดลอง k แบบนั้น ให้ผลแตกต่างกัน

3. ระดับนัยสำคัญ α สถิติที่ใช้ในการทดสอบ
4. เปรียบเทียบค่า Sig. กับค่าสถิติที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนด
5. สรุปผลที่ได้

สูตร Friedman Test

$$Fr = \frac{12}{bK(K+1)}\Sigma\left(T_i^2\right) - 3b(K+1)$$

K = จำนวนกลุ่ม

b = จำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม

เกณฑ์ในการตัดสินค่าที่ได้จากคำนวณ Friedman Test

1. เมื่อ b และ K มีขนาดเล็ก ใช้ตาราง Critical values for the Friedman โดยถ้าค่า F_r ที่คำนวณได้มากกว่า F_r จากตาราง Critical values for the Friedman จะปฏิเสธ H_0 ซึ่งหมายความว่า วิธีการทดลอง k แบบนั้น ให้ผลแตกต่างกัน

Critical values for the Friedman two-way analysis of variance by ranks statistic, F_r*

k	N	$\alpha \leq .10$	$\alpha \leq .05$	$\alpha \leq .01$
3	3	6.00	6.00	—
	4	6.00	6.50	8.00
	5	5.20	6.40	8.40
	6	5.33	7.00	9.00
	7	5.43	7.14	8.86
	8	5.25	6.25	9.00
	9	5.56	6.22	8.67
	10	5.00	6.20	9.60
	11	4.91	6.54	8.91
	12	5.17	6.17	8.67
	13	4.77	6.00	9.39
	∞	4.61	5.99	9.21
4	2	6.00	6.00	—
	3	6.60	7.40	8.60
	4	6.30	7.80	9.60
	5	6.36	7.80	9.96
	6	6.40	7.60	10.00
	7	6.26	7.80	10.37
	8	6.30	7.50	10.35
	∞	6.25	7.82	11.34
5	3	7.47	8.53	10.13
	4	7.60	8.80	11.00
	5	7.68	8.96	11.52
	∞	7.78	9.49	13.28

2. กรณีที่ b และ k มีค่าไม่ตรงกับที่มีในตาราง M ใช้ χ^2 จากตาราง Critical values of the Chi-Square distribution ที่ df = k-1 โดยถ้าค่า F_r ที่คำนวณได้มากกว่าค่า χ^2 จากตาราง Critical values of the Chi-Square distribution จะปฏิเสธ H_0 ซึ่งหมายความว่า วิธีการทดลอง k แบบนั้นให้ผลแตกต่างกัน

การใช้ SPSS ในการคำนวณ Friedman Test

1. เลือกเมนูคำสั่ง Analyze → Nonprametric Tests → K Related Samples
2. Tests for Several Related Samples

   ระบุตัวแปรที่สนใจไว้ที่ช่อง Test Variable List:
3. เลือกสถิติที่ทดสอบคือ Friedman
4. กำหนดการคำนวณค่าสถิติโดยคลิกที่ Statistics
5. คลิกปุ่ม OK

Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
score1	12	35.7500	5.98673	28.00	47.00
score2	12	31.4167	5.50138	22.00	37.00
score3	12	32.5000	7.05176	26.00	49.00
score4	12	30.7500	6.32635	24.00	43.00

Friedman Test

Ranks

	Mean Rank
score1	3.21
score2	2.58
score3	2.38
score4	1.83

Test Statistics[a]

N	12
Chi-Square	7.154
df	3
Asymp. Sig.	.067

a. Friedman Test

ตัวอย่าง Friedman Test

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบคะแนนความรู้ภายในกลุ่มทดลองและภายในกลุ่มเปรียบเทียบ ก่อนการสอนหลังการสอนทันที และหลังการสวนหัวใจ ด้วยสถิติ Friedman test

คะแนนความรู้	ก่อนการสอน	หลังการสอนทันที	หลังการสวนหัวใจ	X^2
	Mean Rank	Mean Rank	Mean Rank	
กลุ่มทดลอง	1.56	2.20	2.24	16.61***
กลุ่มเปรียบเทียบ	1.42	2.19	2.39	29.29***

*** $p < .001$

อรุณรัตน์ ศรีจันทรนิตย์, ปวีณา จึงสมประสงค์, ชดชนก วิจารสรณ์, วิภารัตน์ สุขทองสา, นวลจันทร์ อุดมพงศ์ลักขณา, และ ชญานี จตุรชัยเดช. (2014). การเปรียบเทียบผลการสอนด้วยสื่อวีดิทัศน์กับภาพพลิกต่อความรู้และความวิตกกังวลของมารดาในการดูแลผู้ป่วยเด็กที่เข้ารับการสวนหัวใจ. *Journal of Nursing Science, 32*(2), 41-51.

สรุป

การทดสอบ	สถิติทดสอบ ที่ใช้พารามิเตอร์	สถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์
1. ความแตกต่างค่าเฉลี่ยของ 2 กลุ่มประชากร		
1.1 สุ่มจากประชากรที่เป็นอิสระกัน	Z-Test หรือ T-Test	Mann-Whitney U test หรือ Wilcoxon Rank Sum Test
1.2 สุ่มจากประชากรที่ไม่เป็นอิสระ	T-test	Wilcoxon Signed Rank Test
2. ความแตกต่างค่าเฉลี่ย k ประชากร		
2.1 สุ่มจากประชากรที่เป็นอิสระ	F-Test	Kruskal-Wallis H Test
2.2 สุ่มจากประชากรที่ไม่เป็นอิสระกัน	F-test	Friedman Test

พักไปเที่ยวสยามกันดีกว่า